

Leçon 102

Groupe des nombres complexes de module 1.
Racines de l'unité. Applications.

I - Groupe des nombres complexes de module 1

II - Applications en géométrie

III - Applications en algèbre

Dev 1 : Polygones réguliers constructibles

Dev 2 : Théorème de Dirichlet faible

I - Groupe des nombres complexes de module 1

1) Définition : def, structure, morphismes, $\mathbb{U} = \mathbb{S}^1$, exemples [AF90]

2) Exponentielle et fonctions trigonométriques : def exponentielle, $\mathbb{U} \cong \mathbb{R}/2\pi\mathbb{Z}$, cos, sin, formules trigo [AF90]

3) Sous-groupes et racines de l'unité : def racines (primitives) de l'unité, description des sous-groupes, cardinal μ_n , partition de \mathbb{U}_n , $n = \sum_{d|n} \varphi(d)$ [AF90]

II - Applications en géométrie

1) Angles orientés : cas $\text{SO}_2(\mathbb{R})$, def angle orienté, mesures d'angles, relation de Chasles, théorèmes sur les angles [Aud06]

2) Polygones réguliers constructibles : def nombre constructible, thm de Wantzel, def angle constructible, lemmes, description angles constructibles, [dev 1], rq sur le 17-gone [Car81]

III - Applications en algèbre

1) Triplet pythagoriciens : lien points rationnels du cercle unité-triplets pythagoriciens, résolution triplets pythagoriciens

2) Polynômes cyclotomiques : def pol cyclotomiques, formules, Wedderburn, irréductibilité, [dev 2] [Per04]

3) Représentations de groupes finis : def, irréductibles, Mashke, Schur, tables de caractères, cas des groupes cycliques [CG18]

Références

- [AF90] Jean-Marie ARNAUDIÈS et Henri FRAYSSE. *Cours de mathématiques. 1, algèbre*. Dunod, 1990.
- [Aud06] Michèle AUDIN. *Géométrie*. EDP Sciences, 2006.
- [CG18] Philippe CALDERO et Jérôme GERMONI. *Nouvelles histoires hédonistes de groupes et de géométries. Tome Second*. Calvage & Mounet, 2018.
- [Car81] Jean-Claude CARREGA. *Théorie des corps : la règle et le compas*. Hermann, 1981.
- [Per04] Daniel PERRIN. *Cours d'algèbre*. Ellipse, 2004.